

Unité (1) - Leçon (7)

Résolution d'équations dans Q (Page 19 → Page 23)

- Une équation est une égalité entre deux expressions comportant des lettres appelées inconnues.
- Des lettres différentes représentent des nombres en général différents et une même lettre écrite à plusieurs endroits représente le même nombre.
- Résoudre une équation d'inconnue (x), c'est déterminer toutes les valeurs de (x), si elles existent, pour lesquelles l'égalité est vraie. Chacune de ces valeurs est appelée "Ensemble de Solution".

1) Propriétés d'une équation du premier degré:

$$\text{Si } a = b ; \text{ alors } a + c = b + c$$

$$\text{Si } a = b ; \text{ alors } a - c = b - c$$

$$\text{Si } a = b ; \text{ alors } a \times c = b \times c$$

$$\text{Si } a = b ; \text{ alors } \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

2) Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, notée x :

Exemple 1

$$7x + 3 = -12x - 6$$

$$7x + 12x = -6 - 3$$

$$19x = -9$$

$$x = -\frac{9}{19}$$

on a transféré

on a réduit

on a divisé

Exemple 2

$$5x - 8 - (3x + 11) = 3(-4x + 1) - 2(5x - 7)$$

$$5x - 8 - 3x - 11 = -12x + 3 - 10x + 14$$

$$5x - 3x + 12x + 10x = 3 + 14 + 8 + 11$$

$$24x = 36$$

$$x = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

on a développé

on a transféré

on a réduit

on a divisé

N.B: En cas si on a des parenthèses, on doit développer les parenthèses.

$$\begin{aligned} a(b+c) &= ab+ac \\ 2(10-2x) &= 4(2x+2) \\ 20-4x &= 8x+8 \end{aligned}$$

Exemples du livre scolaire

Exemple 1

Résous l'équation $X + 21 = 8$ et vérifie la solution.

Solution

$$X + 21 = 8 \quad \leftarrow \text{ajoute } (-21) \text{ aux membres de l'équation}$$

$$\frac{X + 21 + (-21)}{\downarrow} = \frac{8 + (-21)}{\downarrow}$$

$$X + 0 = -13$$

$$X = -13 \quad \leftarrow \text{le coefficient de } X \text{ est } 1$$

$$\text{Vérification: } X + 21 \stackrel{?}{=} 8 \quad \leftarrow \text{On remplace } X \text{ par } -13$$

$$-13 + 21 \stackrel{?}{=} 8$$

$$8 = 8 \text{ oui } \checkmark, X = -13 \in \mathbf{Q}, \text{ ensemble solution} = \{-13\}$$

Réfléchis : Quel est le nombre que l'on peut ajouter aux deux membres de l'équation $X + 21 = 8$ pour obtenir X ?

Exemple 2

Résous l'équation : $X - 3\frac{1}{2} = 5$ et vérifie la solution.

Solution

$$X + (-3\frac{1}{2}) + 3\frac{1}{2} = 5 + 3\frac{1}{2}$$

$$X = 8\frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{le coefficient de } x \text{ est } 1$$

$$\text{Vérification: } X - 3\frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 5 \quad \leftarrow \text{On remplace } x \text{ par } 8\frac{1}{2}$$

$$8\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 5$$

$$5 = 5 \text{ oui } \checkmark, X = 8\frac{1}{2} \in \mathbf{Q}, \text{ ensemble solution} = \{8\frac{1}{2}\}$$

On sait que : $X - 3\frac{1}{2} = X + (-3\frac{1}{2})$
en ajoutant l'opposé du nombre $-3\frac{1}{2}$,
aux membres de l'équation qui est $3\frac{1}{2}$.

Exemple 3

Résous l'équation $5X + 8 = 13 - 2X$, où $X \in \mathbf{Q}$

Solution

$$5X + 8 = 13 - 2X$$

$$5X + 8 + 2X = 13 - 2X + 2X \quad \leftarrow \text{En ajoutant } 2X \text{ aux deux membres de l'équation.}$$

$$7X + 8 = 13$$

$$7X + 8 - 8 = 13 - 8 \quad \leftarrow \text{En retranchant } 8 \text{ aux deux membres de l'équation.}$$

$$7X = 5 \quad \leftarrow \text{En divisant les deux membres de l'équation par } 7.$$

$$X = \frac{5}{7}, \quad X = \frac{5}{7} \in \mathbf{Q}, \text{ ensemble solution} = \{\frac{5}{7}\}$$

Exemple 4

Résous l'équation $3(3 - 2x) - (1 + x) = 10 - 13x$, où $x \in \mathbf{Q}$

Solution

$$3(3 - 2x) - (1 + x) = 10 - 13x \quad \leftarrow \text{En utilisant la distributivité}$$

$$9 - 6x - 1 - x = 10 - 13x \quad ; \quad 8 - 7x = 10 - 13x$$

$$8 - 7x + 13x = 10 - 13x + 13x \quad \leftarrow \text{En ajoutant } 13x \text{ aux deux membres de l'équation.}$$

$$8 + 6x = 10$$

$$8 - 8 + 6x = 10 - 8 \quad \leftarrow \text{En retranchant } 8 \text{ aux deux membres de l'équation.}$$

$$6x = 2 \quad \leftarrow \text{En divisant les deux membres de l'équation par } 6.$$

$$x = \frac{1}{3}, \quad x = \frac{1}{3} \in \mathbf{Q}, \text{ ensemble solution} = \left\{ \frac{1}{3} \right\}.$$

Exemple 5

La longueur du terrain de football est inférieure de 3 mètres au triple de sa largeur. Trouve les dimensions du terrain sachant que son périmètre est de 210 mètres.



Solution

On suppose que la largeur du terrain est x mètres. Alors la longueur du terrain est $(3x - 3)$ mètres.

Le périmètre du terrain = 210 mètres.

<u>Le double de la longueur</u>	<u>plus</u>	<u>le double de la largeur</u>	<u>est égal au</u>	<u>périmètre</u>
\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow
$2(3x - 3)$	$+$	$2x$	$=$	210

$$6x - 6 + 2x = 210$$

$$8x - 6 = 210$$

$$8x = 216$$

$$x = 27 \quad \leftarrow \text{largeur} = 27 \text{ mètres.}$$

$$\text{Longueur} = 3x - 3 = 3 \times 27 - 3 = 78 \text{ mètres.}$$

Largeur du terrain = 27 mètres et longueur du terrain = 78 mètres

Vérification :

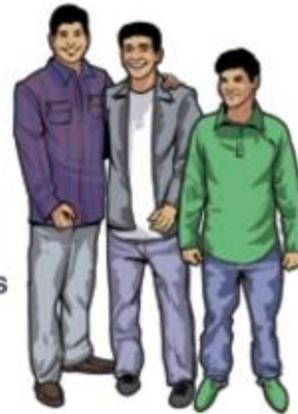
$$\text{Périmètre d'un rectangle} = \text{le double de la longueur} + \text{le double de la largeur}$$

$$= 2 \times 78 + 2 \times 27$$

$$= 156 + 54 = 210 \text{ mètres}$$

Exemple 6

La somme des âges des trois frères est 55 ans, l'aîné est né 3 ans avant le moyen et le moyen est né 2 ans avant le cadet. Quels sont leurs âges maintenant ?



Solution

On suppose que l'âge du frère moyen maintenant de x ans donc l'âge de l'aîné maintenant $(x + 3)$ ans et l'âge du cadet maintenant $(x - 2)$ ans.

L'âge de l'aîné	plus	l'âge du moyen	plus	l'âge du cadet	égale à 55
↓	↓	↓	↓	↓	↓
$(x + 3)$	+	x	+	$(x - 2)$	= 55

$$3x + 1 = 55$$

$$3x = 54$$

$$x = 18$$

Les âges des trois frères sont 16 ; 18 ; 21 ans.

Exemple 7

Dans le triangle ABC ci-contre, trouve la mesure de chacun des angles.

Solution

La somme des mesures des angles intérieurs

$$\text{d'un triangle} = 35^\circ + 70^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

$$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$$

$$x + 2x + 2x + 5 = 180^\circ$$

$$5x + 5 = 180^\circ$$

$$5x = 175^\circ$$

$$x = 35^\circ$$

$$m(\angle A) = 35^\circ,$$

$$m(\angle B) = 2x = 2 \times 35^\circ = 70^\circ, \text{ et } m(\angle C) = 2x + 5 = 2 \times 35^\circ + 5 = 75^\circ$$

Vérification :

$$\text{La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle} = 35^\circ + 70^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

